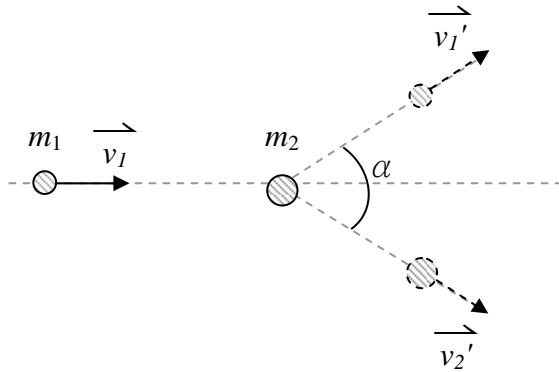


8-2-2 二維彈性碰撞之碰撞後角度

1. 碰撞過程：初速度 \vec{v}_1 的 m_1 與靜止的 m_2 發生二維彈性碰撞，碰撞後的速度分別為 \vec{v}_1' 與 \vec{v}_2' ，而 \vec{v}_1' 與 \vec{v}_2' 的夾角為 α 。

2. 碰撞示意圖：



3. 說明：

(1) 動量守恆： $m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$ ①

前後動能守恆： $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (v_1')^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2')^2$...②

- (2) 由①與②可得

$$m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2 \vec{v}_2' \text{③}$$

$$m_1 [(\vec{v}_1)^2 - (\vec{v}_1')^2] = m_2 (\vec{v}_2')^2 \text{④}$$

④/③ 可得 $\vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2'$ 代入①

$$\text{可得 } \vec{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2' = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1$$

ps. 其實上兩式不就跟一維彈性碰撞的 v_1' 與 v_2' 相同嗎

- (3) 討論：

$$\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = (m_1 - m_2) \frac{2 m_1 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Ⓐ 若 $m_1 > m_2$ ，則 $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' > 0$ ， $\cos \alpha > 0$ ， $\alpha < 90^\circ$ 。

Ⓑ 若 $m_1 = m_2$ ，則 $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = 0$ ， $\cos \alpha = 0$ ， $\alpha = 90^\circ$ 。

Ⓒ 若 $m_1 < m_2$ ，則 $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' < 0$ ， $\cos \alpha < 0$ ， $\alpha > 90^\circ$ 。